

Jurnal Eksplorasi Pendidikan Volume 7 Nomor 1 Tahun 2024 Halaman 1-13

PENENTUAN NILAI ANUITAS BERJANGKA DENGAN SUKU BUNGA KONTINU MENGGUNAKAN METODE WOOLHOUSE

Annisya Mardiana¹, M.E Ernawati Siregar², Dilla Nurfadiah³

annisyamardiana19@gmail.com¹,

meernawatisiregar@mhs.unimed.ac.id²

Universitas Negeri Medan

Abstrak

Anuitas digunakan dalam asuransi jiwa dan berbagai jenis asuransi lainnya. Anuitas adalah serangkaian pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan jangka waktu tertentu secara berkala. Anuitas adalah komponen yang paling penting dalam menghitung besarnya premi dalam jangka waktu tertentu. Salah satu cara untuk menentukan nilai tunai anuitas adalah metode Woolhouse dengan pembayaran sebanyak m kali setahun. Metode Woolhouse berasal dari metode Euler-Maclaurin. Woolhouse menawarkan metode penilaian yang sesuai untuk nilai anuitas yang dibayarkan secara tunai setiap tahun. Penelitian ini menentukan nilai anuitas dengan pembayaran sekali setahun dan menghitung nilai anuitas dengan m kali pembayaran dalam setiap tahun. Metode Woolhouse, yang berasal dari pendekatan Euler-Maclaurin, memberikan metode penilaian yang tepat untuk nilai tunai anuitas yang dibayarkan setiap tahun. Penelitian ini menentukan nilai anuitas dengan pembayaran sekali setahun dan menghitung nilai anuitas dengan m kali pembayaran dalam setahun. Kedua persamaan tersebut digunakan untuk membentuk persamaan nilai tunai anuitas kontinu. metode Woolhouse. Selanjutnya, persamaan ini digunakan untuk menilai anuitas. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa perusahaan asuransi dapat menggunakan metode Woolhouse ini untuk menilai nilai tunai anuitas, terutama anuitas berjangka. Ini disebabkan oleh temuan memberi penilaian yang tepat tentang nilai tunai anuitas untuk pembayaran yang dilakukan beberapa kali dalam setahun.

Kata Kunci: Nilai Tunai Anuitas, Metode Woolhouse, Suku Bunga Kontinu.

Abstract

Annuities are used in life insurance and various other types of insurance. An annuity is a series of payments in a certain amount that are made at regular intervals and over a certain period of time. Annuity is the most important component in calculating the amount of premium over a certain period of time. One way to determine the cash value of an annuity is the Woolhouse method with payments m times a year. The Woolhouse method is derived from the Euler-Maclaurin method. Woolhouse offers a suitable

valuation method for the value of annuities paid in cash annually. This research determines the value of an annuity with payments once a year and calculates the value of an annuity with m payments each year. The Woolhouse method, which is derived from the Euler-Maclaurin approach, provides an appropriate valuation method for the cash value of annuities paid annually. This research determines the value of an annuity with payments once a year and calculates the value of an annuity with m payments a year. These two equations are used to form the continuous annuity cash value equation. Woolhouse method. Next, this equation is used to value the annuity. The calculation results show that insurance companies can use the Woolhouse method to assess the cash value of annuities, especially term annuities. This is because the findings provide an appropriate assessment of the cash value of an annuity for payments made several times a year.

Keywords: *Cash Value Annuity, Woolhouse Method, Continuous Interest Rate.*

PENDAHULUAN

Anuitas adalah suatu urutan pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan secara berkala pada selang waktu tertentu. Anuitas terbagi menjadi dua jenis: anuitas pasti (certain annuity) dan anuitas jiwa (life annuity). Anuitas pasti adalah suatu anuitas yang pasti dibayar selama jangka waktu pembayaran; dengan kata lain, anuitas ini dibayar secara berkala selama jangka waktu pembayaran yang telah ditentukan. Kemudian yang kedua adalah Anuitas jiwa merupakan pembayaran yang dilakukan tergantung pada hidup dan mati seseorang. Anuitas jiwa adalah anuitas yang disertai dengan faktor keberlangsungan hidup (survival), sehingga anuitas ini selalu disertai dengan faktor usia. Faktor keberlangsungan hidup sangat penting dalam aktuaria, terutama dalam asuransi jiwa karena pembayaran santunan dan manfaat yang diberikan tergantung pada usia seseorang.

Secara umum anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan jangka waktu tertentu secara berkelanjutan. (Taakashi Futami, 1993)

Berdasarkan sistem pembayarannya, Anuitas terbagi menjadi dua, anuitas awal dan anuitas akhir, berdasarkan sistem pembayarannya. Anuitas awal, yang dibayar setiap awal periode, disebut anuitas awal, dan anuitas akhir, yang dibayar setiap akhir periode, disebut anuitas akhir. Waktu pembayaran juga menentukan harga. Anuitas seumur hidup (whole life annuity) adalah pembayaran yang dilakukan selama seseorang masih hidup. Anuitas berjangka (temporary annuity) adalah pembayaran yang dilakukan selama jangka waktu tertentu atau sampai seseorang meninggal dunia. Jumlah waktu yang biasanya digunakan adalah lima tahun, sepuluh tahun, lima belas tahun, atau dua puluh tahun. Hanya anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali per tahun yang akan dibahas dalam tulisan ini.

Selain pembayaran tahunan, rangkaian pembayaran untuk anuitas berjangka juga mencakup pembayaran berkali-kali dalam setahun, seperti bulanan, semesteran, dan kuartalan, atau pada waktu tertentu dengan interval yang sama. Interval pembayaran beberapa kali dalam setahun pastinya lebih kecil daripada interval pembayaran tahunan. Tingkat kematian dalam tabel mortalita adalah tingkat kematian tahunan, jadi lebih sulit untuk menilai nilai anuitas yang dibayarkan beberapa kali dalam setahun.

Anuitas jiwa dapat digambarkan sebagai suatu deret pembayaran yang dilakukan oleh seseorang dengan usia x tahun. Ditinjau dari sisi manfaat kematian yang dibayarkan terdapat

model asuransi jiwa dengan manfaat kematian yang dibayarkan pada awal tahun kematian (kontinu) dan model asuransi jiwa dengan manfaat kematian yang dibayarkan pada akhir tahun kematian (diskrit) (Jr, 1997) (D.C.M Dickson, 2009) menjelaskan beberapa metode yang dapat digunakan dalam menentukan besarnya nilai anuitas, salah satunya adalah metode Woolhouse. Metode Woolhouse, yang didasarkan pada pendekatan formula Euler-Maclaurin, digunakan untuk menentukan nilai anuitas yang dibayarkan beberapa kali dalam setahun. Penaksiran yang dilakukan dengan metode Woolhouse memerlukan faktor percepatan pembungaan dan percepatan mortalitas.

Penelitian ini bertujuan untuk mempelajari metode Woolhouse untuk menentukan nilai anuitas berjangka individu n tahun untuk pembayaran m kali dalam setahun dan memberikan contoh penerapannya.

Penilaian nilai anuitas ini difokuskan pada anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun, menggunakan Tabel Mortalita Indonesia 2019 yang wanita. Diasumsikan pembayaran santunan kematian dibayarkan pada akhir tahun kematian. Tingkat bunga yang digunakan adalah sebesar 7 % dan sebesar 6 % berdasarkan BI Rate dari tanggal 18 Oktober 2023 sampai dengan 19 Oktober 2023.

Penelitian ini dimulai dengan menentukan usia peserta asuransi, yaitu 30 tahun, dan durasi pembayaran anuitas, yaitu 10 tahun. Selanjutnya, tabel mortalita digunakan untuk menentukan peluang hidup dan kematian tertanggung. Setelah tingkat suku bunga yang digunakan diasumsikan, akan ditentukan faktor penurunan harga. Selanjutnya, nilai anuitas berjangka dihitung untuk pembayaran tahunan. Kemudian, Nilai anuitas berjangka untuk pembayaran m kali setahun dihitung dengan metode Woolhouse.

METODE

Penilaian nilai tunai anuitas difokuskan pada anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun dan anuitas yang digunakan adalah anuitas kontinu Selanjutnya kami akan memberikan ilustrasi penentuan nilai tunai anuitas jiwa berjangka kasus kontinu menggunakan metode Woolhouse. Dalam menyelesaikan perhitungan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) IV (2019) untuk Wanita. nilai tunai anuitas berdasarkan tingkat suku bunga yang digunakan berdasarkan BI Rate dari tanggal 18 Oktober 2023 sampai dengan 19 Oktober 2023 yaitu sebesar 6%. Pada periode Oktober 2023 Bank Indonesia (BI) akhirnya menaikkan suku bunga acuan BI 7- Day Reverse Repo Rate (BI7DRR) sebesar 25 basis poin (bps) menjadi 6 % pada Oktober 2023. Keputusan ini diambil melalui rapat dewan gubernur (RDG) BI pada 18 – 19 Oktober 2023.

Metode Woolhouse adalah salah satu metode yang digunakan dalam menghitung nilai tunai anuitas dari anuitas yang dibayarkan beberapa kali dalam setahun. Metode ini diperoleh dari pengembangan formula Euler-Maclaurin (RK, 1986). Formula Euler-Maclaurin adalah salah satu metode integrasi numerik. Dengan menggunakan metode Woolhouse ini dapat menghasilkan pendekatan penilaian untuk nilai tunai anuitas dari peserta asuransi jiwa hingga usia yang lebih tua. Khusus dalam penelitian ini hanya sampai pada turunan pertama artinya turunan kedua dan turunan tingkat tingginya diabaikan. Untuk suatu integral fungsi g dengan interval $[a, b]$, formula Euler-Maclaurin dinyatakan sebagai berikut:

$$\int_a^b g(x)dx = h \left(\sum_{t=0}^N g(a+th) - \frac{1}{2}(g(a) + g(b)) \right) + \frac{h^2}{12}(g'(a) + g'(b)) - \frac{h^4}{720}(g''(a) - g''(b)) + \dots \quad (1)$$

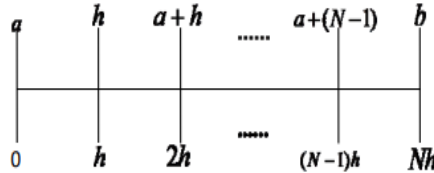
Dengan $h=(b-a)/N$ dan N adalah bilangan bulat

Selanjutnya akan ditentukan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun berdasarkan pendekatan formula Euler-Maclaurin, dimana pada penelitian ini hanya sampai pada turunan pertama saja. Sehingga Persamaan (1) dinyatakan sebagai

berikut:

$$\int_a^b g(x)dx \approx h \left(\sum_{t=0}^N g(a+th) - \frac{1}{2}(g(a) + g(b)) \right) + \frac{h^2}{12}(g'(a) + g'(b)) \quad (2)$$

Misalkan interval [a, b] menyatakan batas waktu pembayaran dengan a adalah awal waktu pembayaran dan b = n akhir waktu pembayaran, N menyatakan banyaknya periode pembayaran dan h menyatakan besar pembayaran tiap periode. sehingga dengan menggunakan garis waktu dapat diilustrasikan sebagai berikut:



Gambar 1. Ilustrasi rangkaian pembayaran anuitas

Kemudian berdasarkan Persamaan (2) akan ditentukan nilai tunai anuitas dengan langkah- langkah sebagai berikut:

Pada langkah pertama ini, akan dinyatakan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sekali dalam setahun, ambil $a = 0, b = N = n$ maka $h = \frac{b-a}{N} = \frac{n-0}{n} = 1$ sehingga diperoleh:

$$\int_0^n g(x)dx \approx \left(\sum_{t=0}^n g(t) - \frac{1}{2}(g(0) + g(n)) \right) + \frac{1}{12}(g'(0) + g'(n)) \quad (3)$$

Persamaan (3) adalah nilai tunai anuitas dengan pembayaran sekali dalam setahun berdasarkan formula Euler-Maclaurin.(Ratnasari et al., n.d.)

Langkah kedua untuk nilai tunai anuitas dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun, ambil $a = 0, b = n$ dan $N = mn$ maka $h = \frac{b-a}{N} = \frac{n-0}{mn} = \frac{1}{m}$ sehingga diperoleh:

$$\int_0^n g(x)dx \approx \frac{1}{m} \left(\sum_{t=0}^n g(t) - \frac{1}{2}(g(0) + g(n)) \right) + \frac{1}{12m^2}(g'(0) + g'(n)) \quad (4)$$

Persamaan (4) merupakan persamaan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun.

Selanjutnya, karena Persamaan (3) dan Persamaan (4) mempunyai nilai yang kurang lebih sama, sehingga dapat dibentuk:

$$\frac{1}{m} \left(\sum_{t=0}^n g(t) - \frac{1}{2}(g(0) + g(n)) \right) + \frac{1}{12m^2}(g'(0) + g'(n)) \approx \sum_{t=0}^n g(t) - \frac{1}{2}(g(0) + g(n)) + \frac{1}{12}(g'(0) + g'(n))$$

Atau dapat diperoleh

$$\frac{1}{m} \sum_{t=0}^n g\left(\frac{t}{m}\right) \approx \sum_{t=0}^n g(t) - \frac{m-1}{2m}(g(0) + g(n)) + \frac{m^2-1}{12m^2}(g'(0) + g'(n)) \quad (5)$$

Persamaan (5) yang diperoleh merupakan metode Woolhouse yang digunakan untuk menentukan nilai tunai anuitas dimana pembayarannya dilakukan sebanyak m kali dalam setahun. Misalkan terdapat suatu fungsi g(t) yang menyatakan nilai tunai anuitas pada waktu t dengan pembayaran sekali dalam setahun yang dinyatakan dengan:

$$g(t) = v^t t p_x \quad (6)$$

Perhatikan bahwa $g(0)=1$ selanjutnya dengan menurunkan fungsi g(t) dan pada saat t=0 diperoleh

$$g'(0) = -(\delta + \mu_x) \quad (7)$$

Kemudian untuk menyatakan nilai tunai anuitas seumur hidup dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun,maka persamaan (4) dapat ditulis menjadi:

$$\frac{1}{m} \sum_{t=0}^{\infty} v^{\frac{t}{m}} \frac{t}{m} p_x \approx \sum_{t=0}^{\infty} v^t t p_x - \frac{m-1}{2m} - \frac{m^2-1}{12m^2}(\delta + \mu_x) \quad (8)$$

Selanjutnya persamaan (8) dapat dituliskan dengan:

$$\ddot{a}_x(m) \approx \ddot{a}_m - \frac{m-1}{2m} - \frac{m^2-1}{12m^2}(\delta + \mu_x) \quad (9)$$

Persamaan (9) adalah nilai tunai anuitas awal seumur hidup untuk seseorang yang

berusia x tahun dengan pembayaran yang dilakukan sebanyak m kali. Selanjutnya untuk nilai tunai anuitas awal seumur hidup untuk peserta asuransi berusia $x + n$ tahun adalah

$$\ddot{a}_{x+n}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x+n} - \frac{m-1}{2m} - \frac{m^2-1}{12m^2} (\delta + \mu_{x+n}) \quad (10)$$

Kemudian dinyatakan juga hubungan antara anuitas awal seumur hidup dan anuitas awal berjangka untuk pembayaran yang dilakukan sebanyak m kali dalam setahun sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:n-1}^{(m)} = \ddot{a}_x^{(m)} - v^n nPx \ddot{a}_{x+n}^{(m)} \quad (11)$$

Nilai tunai anuitas awal berjangka dengan metode Woolhouse dapat diperoleh dengan mensubstitusikan Persamaan (9) dan (10) ke Persamaan (11), sehingga diperoleh:

$$\ddot{a}_{x:n-1}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x:n-1} - \frac{m-1}{2m} (1 - v^n nPx) - \frac{m^2-1}{12m^2} (\delta + \mu_x - v^n nPx(\delta + \mu_{x+n})) \quad (12)$$

Hubungan antara anuitas awal berjangka dan anuitas akhir berjangka untuk pembayaran m kali dalam setahun sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:n-1}^{(m)} = a_{x:n-1}^m + \frac{1}{m} (1 + v^n nPx) \quad (13)$$

Kemudian, berdasarkan hubungan diatas dapat diperoleh nilai tunai anuitas akhir berjangka dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun selama n tahun menggunakan metode Woolhouse yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:n-1}^{(m)} \approx a_{x:n-1}^m + \frac{m-1}{2m} (1 - v^n nPx) - \frac{m^2-1}{12m^2} (\delta + \mu_x - v^n nPx(\delta + \mu_{x+n})) \quad (14)$$

Pada anuitas jiwa juga terdapat cara pembayaran yang dilakukan secara kontinu. Dalam setahun, dilakukan m kali pembayaran dengan $m \rightarrow \infty$ dengan menggunakan Persamaan (9) maka anuitas seumur hidup yang kontinu dinyatakan sebagai berikut:

$$\bar{a}_x \approx \ddot{a}_x - \frac{1}{2} - \frac{1}{12} (\delta + \mu_x) \quad (15)$$

Misalkan jangka pembayaran asuransi n tahun, maka anuitas jiwa kontinu untuk anuitas berjangka dinotasikan dengan $\bar{a}_{x:n-1}$ untuk $m \rightarrow \infty$, dan dengan menggunakan Persamaan (11) untuk $m \rightarrow \infty$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\bar{a}_{x:n-1} \approx \ddot{a}_{x:n-1} - \frac{1}{2} (1 - v^n nPx) - \frac{1}{12} ((\delta + \mu_x - v^n nPx(\delta + \mu_{x+n}))) \quad (16)$$

Penilaian nilai tunai anuitas berdasarkan metode Woolhouse juga memiliki perbedaan dengan penilaian yang lainnya, khususnya untuk percepatan mortalitas seseorang yang berusia x tahun (μ_x). Dimana untuk percepatan mortalitas tidak mengalami perubahan yang banyak antara umur $x+1$ tahun dan x tahun, sehingga dapat dinyatakan bahwa [3]:

$$\mu_{x+1} \approx \mu_x \quad , \text{ untuk } -1 < t < 1$$

Dengan

$${}_2P_{x-1} \approx e^{-\int_{-1}^1 \mu_x dt}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Selanjutnya kami akan memberikan ilustrasi penentuan nilai tunai anuitas jiwa berjangka kasus kontinu menggunakan metode Woolhouse. Dalam menyelesaikan perhitungan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) IV (2019) untuk perempuan dan dibantu oleh Microsoft Excel. Diaplikasikan pada usia 30-55 tahun.

Ilustrasi yang akan disebutkan dalam penelitian ini adalah penentuan anuitas seumur hidup dengan jangka waktu pembayaran tahunan sebesar Rp 1 dengan jangka waktu pembayaran yang sama dan tingkat bunga yang sama tetapi pada umur yang berbeda, harga mengembalikan nilai anuitas seumur hidup yang dibayarkan setiap tahun jangka waktu Rp 1 dengan umur dan suku bunga, suku bunga sama tetapi jangka waktu pembayaran berbeda, nilai pengembalian anuitas tahunan adalah Rp 1 dengan jangka waktu pembayaran dan

umur sama tetapi suku bunga berbeda dan nilai penyerahan anuitas seumur hidup dengan jangka waktu pembayaran tahunan sebesar Rp 1 dengan periode pembayaran dan rate Jenis bunga berbeda tetapi umur sama.

Berikut ini diberikan Tabel Mortalitas Indonesia IV tahun 2019 sebagai pembantu untuk perhitungan nilai tunai anuitas berjangka individu.

Tabel 1. Tabel Mortalitas Indonesia IV (Perempuan)

Usia (x)	Perempuan (qx)	Perempuan (px)	Perempuan (lx)
0	0,00266	0,99734	100000
1	0,00041	0,99959	99734
2	0,00031	0,99969	99,693
3	0,00024	0,99976	99,662
4	0,00021	0,99979	99,638
5	0,0002	0,9998	99,617
6	0,00022	0,99978	99,597
7	0,00023	0,99977	99,576
8	0,00022	0,99978	99,553
9	0,00021	0,99979	99,531
10	0,00019	0,99981	99,510
11	0,00018	0,99982	99,491
12	0,0002	0,9998	99,473
13	0,00022	0,99978	99,453
14	0,00023	0,99977	99,431
15	0,00023	0,99977	99,408
16	0,00024	0,99976	99,385
17	0,00024	0,99976	99,362
18	0,00025	0,99975	99,338
19	0,00026	0,99974	99,313
20	0,00027	0,99973	99,287
21	0,00028	0,99972	99,260
22	0,0003	0,9997	99,233
23	0,00032	0,99968	99,203
24	0,00034	0,99966	99,171
25	0,00038	0,99962	99,137
26	0,00042	0,99958	99,100
27	0,00046	0,99954	99,058
28	0,00049	0,99951	99,012
29	0,00052	0,99948	98,964
30	0,00056	0,99944	98,912
31	0,0006	0,9994	98,857
32	0,00064	0,99936	98,798
33	0,00069	0,99931	98,735
34	0,00074	0,99926	98,666
35	0,0008	0,9992	98,593
36	0,00086	0,99914	98,515
37	0,00093	0,99907	98,430
38	0,001	0,999	98,338
39	0,00108	0,99892	98,240
40	0,00118	0,99882	98,134
41	0,00128	0,99872	98,018
42	0,00141	0,99859	97,893
43	0,00154	0,99846	97,755
44	0,00169	0,99831	97,604
45	0,00187	0,99813	97,439
46	0,00209	0,99791	97,257
47	0,0023	0,9977	97,054
48	0,00253	0,99747	96,830
49	0,00277	0,99723	96,585
50	0,00305	0,99695	96,318
51	0,00335	0,99665	96,024
52	0,00368	0,99632	95,702
53	0,00403	0,99597	95,350
54	0,00442	0,99558	94,966
55	0,00483	0,99517	94,546
56	0,00524	0,99476	94,090
57	0,00563	0,99437	93,596

58	0,00601	0,99399	93,070
59	0,00636	0,99364	92,510
60	0,00671	0,99329	91,922
61	0,00707	0,99293	91,305
62	0,00746	0,99254	90,660
63	0,00788	0,99212	89,983
64	0,00833	0,99167	89,274
65	0,00883	0,99117	88,530
66	0,0094	0,9906	87,749
67	0,01005	0,98995	86,924
68	0,01076	0,98924	86,050
69	0,0115	0,9885	85,124
70	0,01229	0,98771	84,145
71	0,01314	0,98686	83,111
72	0,01406	0,98594	82,019
73	0,01508	0,98492	80,866
74	0,0162	0,9838	79,647
75	0,01743	0,98257	78,356
76	0,01879	0,98121	76,991
77	0,0203	0,9797	75,544
78	0,02326	0,97674	74,010
79	0,0288	0,9712	72,289
80	0,03569	0,96431	70,207
81	0,04208	0,95792	67,701
82	0,04907	0,95093	64,852
83	0,0552	0,9448	61,670
84	0,06086	0,93914	58,266
85	0,06715	0,93285	54,720
86	0,07318	0,92682	51,045
87	0,08155	0,91845	47,310
88	0,09045	0,90955	43,452
89	0,10001	0,89999	39,522
90	0,10913	0,89087	35,569
91	0,11521	0,88479	31,687
92	0,12499	0,87501	28,037
93	0,13826	0,86174	24,532
94	0,15451	0,84549	21,141
95	0,17429	0,82571	17,874
96	0,19155	0,80845	14,759
97	0,20596	0,79404	11,932
98	0,22227	0,77773	9,474
99	0,23736	0,76264	7,368
100	0,2581	0,7419	5,619
101	0,28068	0,71932	4,169
102	0,30562	0,69438	2,999
103	0,33315	0,66685	2,082
104	0,36369	0,63631	1,389
105	0,39318	0,60682	884
106	0,42883	0,57117	536
107	0,46604	0,53396	306
108	0,50427	0,49573	164
109	0,54477	0,45523	81
110	0,58702	0,41298	37
111	1	0	15

Perempuan (dx)	Perempuan (ex)	v^x	Dx
266	8,242,916	1	100000
40.89094	81,649	0.93457	93208.404
30.90486	8,068,249	0.8734211	87074.063
23.91893	7,970,751	0.8162731	81351.581
20.92404	7,872,664	0.7628644	76010.5
19.92347	7,774,318	0.7129502	71022.215
21.91144	7,675,873	0.6663018	66361.956
22.90237	7,577,562	0.6227057	62006.249
21.90158	7,479,306	0.5819621	57935.852
20.90145	7,380,951	0.5438843	54133.197
18.90687	7,282,502	0.508298	50580.638

17.90836	7,183,886	0.47504	47262.165
19.8946	7,085,179	0.4439581	44161.851
21.87969	6,986,596	0.41491	41264.087
22.86918	6,888,134	0.3877624	38555.694
22.86392	6,789,718	0.3623911	36024.707
23.85252	669,128	0.3386799	33659.867
23.8468	6,592,887	0.31652	31449.952
24.83445	6,494,469	0.2958101	29385.128
25.82137	6,396,093	0.2764553	27455.593
26.80753	6,297,757	0.2583668	25652.502
27.79289	6,199,458	0.2414619	23967.586
29.76976	6,101,194	0.2256663	22393.115
31.74489	6,003,025	0.2108979	20921.655
33.71815	5,904,946	0.1970988	19546.494
37.67218	5,806,955	0.1842027	18261.356
41.62185	5,709,162	0.1721503	17060.03
45.56668	5,611,561	0.1608865	15937.096
48.5161	5,514,144	0.1503597	14887.481
51.46125	5,416,847	0.1405217	13906.575
55.39098	5,319,665	0.1313273	12989.91
59.31425	5,222,646	0.1227346	12133.182
63.23057	5,125,781	0.114704	11332.504
68.12683	5,029,064	0.107199	10584.24
73.01315	4,932,536	0.1001849	9884.8878
78.87471	4,836,189	0.0936298	9231.2834
84.72249	4,740,061	0.0875036	8620.3787
91.53971	4,644,141	0.0817783	8049.4189
98.33826	4,548,464	0.0764275	7515.7492
106.09912	4,453,017	0.0714269	7016.9698
115.79791	4,357,832	0.0667534	6550.767
125.46307	426,298	0.0623857	6114.9261
138.02851	4,168,444	0.0583038	5707.5115
150.54198	4,074,329	0.054489	5326.548
164.95074	3,980,614	0.0509238	4970.3658
182.21101	3,887,352	0.0475919	4637.3045
203.26677	3,794,635	0.0444779	4325.7813
223.22319	3,702,582	0.0415677	4034.2961
244.98076	3,611,118	0.038848	3761.6603
267.54144	3,520,277	0.0363061	3506.6406
293.76934	3,430,056	0.0339306	3268.1232
321.68056	3,340,549	0.0317105	3044.9743
352.18471	3,251,778	0.0296357	2836.2084
384.26123	3,163,788	0.0276967	2640.881
419.74937	307,659	0.0258845	2458.1417
456.658	2,990,249	0.0241908	2287.1514
493.02905	2,904,762	0.022608	2127.179
526.94821	2,820,063	0.0211288	1977.5806
559.34791	273,603	0.0197463	1837.7822
588.3648	2,652,573	0.0184543	1707.2137
616.79543	2,569,551	0.0172469	1585.3632
645.52655	248,691	0.0161184	1471.6912
676.31988	2,404,617	0.0150638	1365.6743
709.06747	232,269	0.0140782	1266.7969
743.65336	2,241,139	0.013157	1174.5812
781.72397	2,159,964	0.0122962	1088.5843
824.83813	2,079,206	0.0114916	1008.3749
873.58517	1,998,936	0.0107397	933.53843
925.90138	191,923	0.010037	863.68882
978.93073	1,840,105	0.0093803	798.49243
1034.14797	1,761,513	0.0087665	737.66523
1092.08292	1,683,431	0.008193	680.92707
1153.19065	1,605,846	0.0076569	628.01206
1219.46018	1,528,746	0.0071559	578.66912
1290.27491	1,452,152	0.0066877	532.65143
1365.75074	1,376,065	0.0062501	489.73568
1446.65288	1,300,475	0.0058412	449.7147
1533.5416	1,225,379	0.005459	412.39262
1721.48142	115,077	0.0051018	377.58596
2081.92026	1,078,174	0.004768	344.67251
2505.68703	1,010,146	0.004456	312.84351

2848.87031	9,475,325	0.0041645	281.93933
3182.30827	8,891,562	0.003892	252.40429
3404.19018	8,350,385	0.0036373	224.31438
3546.06401	7,838,257	0.0033993	198.0655
3674.43845	7,346,207	0.0031769	173.84052
3735.50379	6,875,014	0.0029691	151.55653
3858.12362	6,417,853	0.0027748	131.27496
3930.21459	59,877	0.0025932	112.68063
3952.55295	5,583,145	0.0024236	95.78283
3881.64764	5,203,563	0.002265	80.563289
3650.70268	4,840,991	0.0021168	67.075413
3504.3039	4,471,344	0.0019783	55.464538
3391.84551	4,110,049	0.0018488	45.356575
3266.42247	3,769,477	0.0017279	36.528206
3115.27728	3,458,335	0.0016148	28.863477
2827.05293	3,188,316	0.0015092	22.273478
2457.46777	294,374	0.0014104	16.828795
2105.85361	2,707,294	0.0013181	12.488413
1748.97545	248,102	0.0012319	9.0771171
1450.38655	22,532	0.0011513	6.4696286
1170.17981	2,037,067	0.001076	4.4857654
916.526524	1,831,934	0.0010056	3.0155777
693.745674	1,638,229	0.0009398	1.9569493
505.033266	1,456,669	0.0008783	1.219606
347.415182	1,289,244	0.0008208	0.7252707
229.93359	112,459	0.0007671	0.4113125
142.726903	0,968923	0.0007169	0.2195579
82.4621218	0,814599	0.00067	0.1095644
44.1621042	0,643231	0.0006262	0.0507606
21.6630505	0,41298	0.0005852	0.0215958
15.2404404	1	0.0005469	0.0083351

Nx	Sx
1511033.9	22450997
1411033.9	20939963
1317825.5	19528930
1230751.4	18211104
1149399.8	16980353
1073389.3	15830953
1002367.1	14757564
936005.16	13755196
873998.91	12819191
816063.06	11945192
761929.86	11129129
711349.22	10367199
664087.06	9655850.2
619925.21	8991763.2
578661.12	8371838
540105.43	7793176.9
504080.72	7253071.4
470420.85	6748990.7
438970.9	6278569.9
409585.77	5839599
382130.18	5430013.2
356477.68	5047883
332510.09	4691405.3
310116.98	4358895.3
289195.32	4048778.3
269648.83	3759583
251387.47	3489934.1
234327.44	3238546.7
218390.34	3004219.2
203502.86	2785828.9
189596.29	2582326
176606.38	2392729.7
164473.2	2216123.4
153140.69	2051650.2
142556.45	1898509.5

132671.56	1755953
123440.28	1623281.4
114819.9	1499841.2
106770.48	1385021.3
99254.734	1278250.8
92237.765	1178996
85686.998	1086758.3
79572.072	1001071.3
73864.56	921499.21
68538.012	847634.65
63567.646	779096.64
58930.342	715528.99
54604.56	656598.65
50570.264	601994.09
46808.604	551423.83
43301.963	504615.22
40033.84	461313.26
36988.866	421279.42
34152.657	384290.55
31511.776	350137.9
29053.635	318626.12
26766.483	289572.48
24639.304	262806
22661.724	238166.7
20823.942	215504.97
19116.728	194681.03
17531.365	175564.3
16059.673	158032.94
14693.999	141973.27
13427.202	127279.27
12252.621	113852.06
11164.037	101599.44
10155.662	90435.406
9222.1233	80279.745
8358.4345	71057.621
7559.9421	62699.187
6822.2768	55139.245
6141.3498	48316.968
5513.3377	42175.618
4934.6686	36662.28
4402.0172	31727.612
3912.2815	27325.594
3462.5668	23413.313
3050.1742	19950.746
2672.5882	16900.572
2327.9157	14227.984
2015.0722	11900.068
1733.1329	9884.9959
1480.7286	8151.863
1256.4142	6671.1345
1058.3487	5414.7203
884.50818	4356.3716
732.95164	3471.8634
601.67668	2738.9117
488.99606	2137.2351
393.21322	1648.239
312.64994	1255.0258
245.57452	942.37585
190.10998	696.80133
144.75341	506.69134
108.2252	361.93793
79.361727	253.71273
57.08825	174.351
40.259454	117.26275
27.771041	77.003297
18.693924	49.232256
12.224296	30.538332
7.7385301	18.314036
4.7229524	10.575506
2.7660031	5.8525538

1.5463971	3.0865507
0.8211263	1.5401537
0.4098139	0.7190274
0.190256	0.3092135
0.0806915	0.1189575
0.0299309	0.038266
0.0083351	0.0083351

Kasus pertama, seorang Wanita yang berusia 30 tahun mengikuti program asuransi berjangka selama 10 tahun, dengan tingkat bunga yang diberikan oleh Perusahaan asuransi kepada peserta asuransi adalah 7%. Akan ditentukan nilai tunai anuitas berjangka dengan pembayaran sekali dalam setahun yang kemudian akan digunakan untuk menghitung nilai tunai anuitas kontinu menggunakan metode Woolhouse.

Langkah pertama dalam perhitungan ini adalah Menentukan factor diskon (v).

$$v = \frac{1}{(1+i)} = \frac{1}{1+0,07} = 0,93457$$

Langkah selanjutnya, dengan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia 2019 wanita, kami akan Menentukan peluang hidup dari peserta asuransi yang berusia 30 tahun tersebut akan hidup 10 tahun kemudian.

$${}_{10}P_{30} = \frac{l_{30+10}}{l_{30}} = \frac{l_{40}}{l_{30}} = \frac{98133.82181}{98912.47188} = 0,992127$$

Kemudian, untuk Langkah selanjutnya Menentukan nilai tunai anuitas awal berjangka sekali dalam setahun.

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{30:\overline{10}|} &= \frac{(N_{30} - N_{40})}{D_{30}} \\ &= \frac{189596.2874 - 92237.7646}{12989.90972} \\ &= 7,494935 \end{aligned}$$

Secara analog, perhitungan nilai tunai anuitas awal berjangka sekali dalam setahun dapat dihitung. Tabel 1 dibawah ini menunjukkan perhitungan nilai tunai anuitas awal berjangka sekali dalam setahun secara lengkap.

Tabel 2. Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan Jangka Waktu Pembayaran dan Tingkat Suku Bunga yang sama tetapi Usia Berbeda

x	$\ddot{a}_{x:\overline{10} }$
30	7.494935
35	7.485841
40	7.47024
45	7.442688
50	7.400344
55	7.345825

Tabel diatas menunjukkan nilai tunai anuitas berjangka dengan pembayaran sekali dalam setahun untuk peserta asuransi dengan usia yang berbeda dan tingkat suku bunga yang bervariasi tetapi jangka waktu pembayaran sama yaitu 10 tahun, dari table dapat dilihat bahwa untuk usia yang semakin tua maka nilai anuitasnya juga semakin kecil karena dipengaruhi oleh peluang hidup peserta asuransi jiwa.

Selanjutnya akan ditentukan terlebih dahulu percepatan pembungaan.

$$\delta = \log(1+i) = \log(1,07) = 0,029383$$

Kemudian percepatan mortalitas berdasarkan penilaian dengan metode Woolhouse untuk

peserta asuransi jiwa yang berusia 30 tahun.

$$\mu_{30} \approx -\frac{1}{2}(\log(P_{29}) + \log(P_{30})) \approx 0,00023458$$

Dan untuk percepatan mortalitas hingga 10 tahun berikutnya adalah

$$\mu_{40} \approx -\frac{1}{2}(\log(P_{39}) + \log(P_{40})) \approx 0,00049103$$

Langkah selanjutnya ditentukan nilai anuitas berjangka yang kontinu untuk pembayaran sekali dalam setahun, dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{30:\overline{40}|} &= \frac{(N_{30} - N_{40}) - \frac{1}{2}(D_{30} - D_{40})}{D_{30}} \\ &= \frac{(189596.2874 - 92237.7646) - \frac{1}{2}(12989.90972 - 6550.766953)}{12989.90972} \end{aligned}$$

Setelah Menentukan anuitas berjangka yang kontinu dengan pembayaran sekali dalam setahun, selanjutnya ditentukan anuitas berjangka kontinu menggunakan metode woolhouse.

Menggunakan persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx \ddot{a}_{30:\overline{10}|} - \frac{1}{2}(1 - v^{10} P_{30}) - \frac{1}{12}(\delta + \mu_{30} - v^{10} P_{30} (\delta + \mu_{40})) \\ \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx 7.494935 - \frac{1}{2}(1 - 0.508297 \times 0.99944) - \frac{1}{12}(0,029383 + 0,00023458 \\ &\quad - 0.508297 \times 0.99944 (0,029383 + 0,00049103)) \\ \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx 7.494935 - \frac{1}{2}(1 - 0.5080) - \frac{1}{12}(0,029617 - 0.5080123 (0,00001442)) \\ \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx 7.494935 - \frac{1}{2}(0.492) - \frac{1}{12}(0,029617 - 0.00000732) \\ \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx 7.494935 - (0.246) - \frac{1}{12}(0,02960968) \\ \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx 7.494935 - (0.246) - 0.002467 \\ \bar{a}_{30:\overline{10}|} &\approx 7.246467 \end{aligned}$$

Secara analog juga, untuk perhitungan nilai tunai anuitas berjangka pembayaran tahunan dan m kali dalam setahun. Secara lengkap disajikan dalam Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan Usia dan Tingkat Suku Bunga sama tetapi usia berbeda

x	$\ddot{a}_{x:\overline{n} }$ kontinu	$\ddot{a}_{x:\overline{n} }$ woolhouse
30	7.247082807	7.234713601
35	7.237014195	7.224680981
40	7.219685821	7.20741698
45	7.189291784	7.177132011
50	7.142893309	7.130899717
55	7.083802964	7.071999924

Tabel 3 diatas menunjukkan bahwa semakin tua usia peserta asuransi jiwa maka nilai tunai anuitasnya semakin kecil dan untuk jangka waktu pembayaran.

Kemudian pada perhitungan nilai tunai anuitas selanjutnya, akan ditentukan nilai tunai anuitas berdasarkan tingkat suku bunga yang digunakan berdasarkan BI Rate dari tanggal 18 Oktober 2023 sampai dengan 19 Oktober 2023 yaitu sebesar 6%. Pada periode Oktober 2023 Bank Indonesia (BI) akhirnya menaikkan suku bunga acuan BI 7- Day Reverse Repo Rate (BI7DRR) sebesar 25 basis poin (bps) menjadi 6 % pada Oktober 2023. Keputusan ini diambil melalui rapat dewan gubernur (RDG) BI pada 18 – 19 Oktober 2023.

Tabel 4. Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan

Jangka Waktu Pembayaran sama dan Usia Berbeda.

x	$\ddot{a}_{x:\overline{n} }$ kontinu	$\ddot{a}_{x:\overline{n} }$ woolhouse
30	7.557491507	7.462263987
35	7.546773993	7.451764816
40	7.528315124	7.433739773
45	7.495968057	7.40221652
50	7.446627524	7.354125829
55	7.38392453	7.292746985

Dapat dilihat dari Tabel 4 diatas bahwa perhitungan nilai anuitas berdasarkan metode Woolhouse dengan tingkat bunga yang sama menunjukkan bahwa semakin tinggi tingkat suku bunga yang diberikan oleh Perusahaan asuransi dengan jangka waktu pembayaran yang sama dan usia yang sama maka nilai tunai anuitas akan semakin kecil. Kemudian semakin tinggi pula suatu suku bunga yang diberikan oleh Perusahaan asuransi dengan jangka waktu yang lama dengan usia yang sama, maka nilai anuitasnya juga semakin membesar

KESIMPULAN

Nilai tunai anuitas Woolhouse adalah nilai tunai anuitas dengan pembayaran yang dilakukan sebanyak m kali dalam setahun. Penentuan nilai tunai anuitas menggunakan metode Woolhouse menggunakan variable percepatan pembungaan, percepatan kematian dan nilai anuitas pembayaran tahunan. Metode woolhouse menunjukkan bahwa semakin tua usia peserta asuransi jiwa maka nilai tunai anuitasnya semakin kecil dan untuk jangka waktu pembayaran. Kemudian dengan tingkat bunga yang sama menunjukkan bahwa semakin tinggi tingkat suku bunga yang diberikan oleh Perusahaan asuransi dengan jangka waktu pembayaran yang sama dan usia yang sama maka nilai tunai anuitas akan semakin kecil. Kemudian semakin tinggi pula suatu suku bunga yang diberikan oleh Perusahaan asuransi dengan jangka waktu yang lama dengan usia yang sama, maka nilai anuitasnya juga semakin membesar.

DAFTAR PUSTAKA

- Ratnasari, D., Satyahadewi, N., & Martha, S. (n.d.). PENENTUAN ANUITAS JIWA BERJANGKA INDIVIDU KASUS KONTINU MENGGUNAKAN METODE WOOLHOUSE.
- Taakashi Futami. (1993). Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1 (Herliyanto, Ed.). Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center.